Magnitude et module de distance
ou
les vertus cachées de la magnitude.

Les anciens grecs, observateurs contemplatifs des beautés du ciel nocturne, avaient remarqué que les étoiles ne s'allumaient pas toutes en même temps au coucher du Soleil. Les plus brillantes s'allumaient d'abord, puis celles qui l'étaient un peu moins, puis moins encore… et qu'au bout d'un certain temps, il ne s'en allumait plus de nouvelles. Ils avaient réparti les étoiles en 6 classes différentes. Celles qui s'allumaient les premières étaient appelées étoiles de première grandeur et celles qui apparaissaient en dernier, étoiles de sixième grandeur, avec bien sûr, une dénomination intermédiaire pour chacune des 4 autres classes.

Ptolémée ayant positionné les étoiles sur la «sphère des fixes», c'est-à-dire toutes à la même distance de la Terre qui, bien sûr, occupait le centre de l'Univers, il semble probable que les anciens grecs s'imaginaient que les étoiles les plus brillantes étaient les plus grosses et les plus ternes les plus petites, puisque c'était le seul critère pouvant justifier la différence de luminosité entre elles. Ceci explique certainement les appellations retenues d'étoiles de première, deuxième, ou troisième…. grandeur. Cette classification est restée en vigueur jusqu'au 17em siècle. Mais les avancées de la physique ne pouvaient plus se contenter du manque de finesse de cette méthode de classement dont les inconvénients sont multiples.

Le problème de la lumière des étoiles, a été repris de façon plus rationnelle avec les moyens que la physique a mis à la disposition des astronomes. On a distingué la luminosité de l'étoile de son éclat. La luminosité L quantifie l'énergie qu'elle rayonne. Elle est donc indépendante de la distance depuis laquelle on la regarde, alors que son éclat E est la fraction de rayonnement perçu par l'observateur à la distance où il se trouve de l'étoile. Il est clair que E est fonction de la distance et de la diffusion provoquée par l'opacité du milieu de propagation. Dans un souci de simplification, pour l'exemple qui suit, nous négligerons ce dernier critère.

L (qui s'exprime en Watt) est égal à σST^4 avec S pour surface de l'étoile, T la température en Kelvin à sa surface, et σ la constante de Stefan (5,67…. $* 10^{-8}$).
E est égal à $L\alpha/4\pi\delta^2$ avec α pour le coefficient de diffusion-absorption, que nous négligerons en considérant l'espace interstellaire comme absolument vide entre l'étoile et l'observateur, et δ la distance qui les sépare. L'énergie totale se divise sur la surface de sphères concentriques de plus en plus grandes en raison de la croissance de la distance.

Si nous voulons comparer le système des grandeurs G, inventé par les anciens grecs, et le système basé sur l'éclat E de l'astronomie moderne, on constate que l'échelle E est croissante (plus l'éclat apparent est élevé, plus le nombre qui le caractérise est grand) alors que l'échelle G est décroissante (plus l'indice attribué à la grandeur est élevé, moins l'étoile apparaît brillante. Une étoile de première grandeur apparaît beaucoup plus lumineuse qu'une étoile à peine perceptible de sixième grandeur).

Mais il a été fait un autre constat important. La perception de l'œil humain n'est pas linéaire, une étoile de deuxième grandeur n'est pas deux fois moins lumineuse qu'une étoile de première grandeur, et une étoile de troisième grandeur n'est pas moitié moins lumineuse qu'une étoile de deuxième grandeur….

Parmi les inconvénients du système des grandeurs G, les anciens mettaient dans la même catégorie des étoiles ayant des éclats assez différents. Les astronomes ont donc calculé une moyenne d'éclat sur un grand nombre d'étoiles classées dans chacune des 6 grandeurs pour en tirer un éclat moyen E représentatif de chacune des 6 grandeurs G. En étudiant le rapport entre chacun des éclats moyens E pour les 6 grandeurs G, on s'est aperçu que le rapport entre la moyenne d'éclat d'une grandeur G par rapport à la moyenne d'éclat de la grandeur voisine G+1 ou G-1, était un rapport pratiquement constant, égal à la racine cinquième de 100. Ce qui signifie qu'il y a un rapport d'éclat de 100 E entre 5 grandeurs G. Ce constat conduira à introduire la fonction logarithmique dans la relation d'équivalence entre les échelles E et G.

L'utilisation depuis 20 siècles du système des grandeurs G ne pouvant pas s'effacer d'un trait de plume, en 1850, l'astronome Pogson introduit un compromis ménageant les vieilles habitudes et la précision apportée par les mesures physiques en inventant la magnitude m comme succédané aux grandeurs G. Comme la grandeur G, la magnitude m est une échelle décroissante mais elle se déduit des mesures physiques réelles d'éclat. Fort diplomatiquement, par un artifice consistant à introduire une valeur « d'offset » (une constante fixant m = 1 pour G = 1), Pogson ne fait que remplacer le mot grandeur par le mot magnitude, et les astronome retrouvent l'échelle à laquelle ils sont habitués. Mais avec le système des magnitudes, on n'est plus limité à une échelle de 6 échelons puisque qu'il s'étend de moins l'infini à plus l'infini et correspond à une mesure physique de la luminosité du corps observé.

La formule de Pogson intègre, l'implication de l'éclat réel physique, la transformation du rapport logarithmique en rapport linéaire, l'inversion du sens de l'échelle, et la calibration de l'échelle moderne sur l'antique échelle des grecs :
$m = -\beta \log E + K = G$

Ici, $-\beta$ est un opérateur induisant deux avantages : il inverse le sens de l'échelle et joue le rôle de coefficient définissant la relation. Nous déterminons sa valeur dans les lignes qui suivent.

La constante K fixe le "zero-commun" entre G et m, c'est-à-dire que K permet de déplacer globalement une échelle par rapport à l'autre en la faisant « glisser » d'une longueur K.
On peut négliger ce coefficient de rattachement en détournant le problème. Si l'on ne considère plus m et G de façon individuelle, chacun sur leur échelle mais le rapport entre deux éclats, et la différence entre deux magnitudes m (grandeurs G) nous avons :

$m1 - m2 = -\beta \log (E1/E2) = G1 - G2$

Il est aisé de calculer la quantité $-\beta$, maintenant que nous sommes débarrassés de K.
Puisque nous savons que pour un rapport d'éclat de 100 il y a une différence de 5 magnitudes alors $5 = -\beta \log (1/100) = -\beta \log (0{,}01) = -\beta (-2)$

Ici, nous choisissons d'utiliser le logarithme décimal étant donné que le rapport 100 pour l'éclat nous donne un multiplicateur entier de 2, car :
$\log (100) = 2$ et $\log (1/100) = \log (1) - \log (100) = 0 - 2 = -2$

En divisant par log (1/100), c'est-à-dire par –2, nous isolons la valeur de $-\beta$
$5 / -2 = -\beta = -2{,}5$

Il ne faut pas confondre le coefficient définissant la relation (–2,5) avec la racine cinquième de 100 (2,512) indiquée précédemment comme rapport d'éclat de 100 fois entre deux étoiles séparées de 5 magnitudes.

Maintenant que nous connaissons la valeur de l'opérateur $-\beta$, la relation liant la différence entre deux magnitudes m1 et m2 d'une part, et deux éclats E1 et E2 respectivement des mêmes sources d'autre part, s'écrit : $m1 - m2 = -2{,}5 \log (E1/E2)$.

Mais la magnitude à bien d'autres vertus que de comparer entre elles, la luminosité apparente des étoiles depuis la Terre. Le croiriez-vous, elle permet d'estimer la distance à laquelle se situe une étoile ?

Le principe repose sur une idée simple, admise facilement par chacun, puisque nous le mettons tous en pratique dans la vie courante sous une forme voisine. Sur une route rectiligne (et les chemins du ciel le sont… presque), si nous ne voyons qu'un faible lumignon à l'horizon, nous pensons que la voiture est encore loin. Mais quand le phare devient aveuglant, nous savons que la voiture est proche. La différence de luminosité nous renseigne sur la distance. Le principe étant admis, il ne nous reste plus qu'à quantifier tout cela et estimer la distance du véhicule en fonction de l'intensité lumineuse que nous percevons.

Bien sûr, réduit à cette seule considération, cela suppose que le phare de n'importe quelle voiture éclaire avec la même intensité que celui des autres véhicules, à moins que nous sachions à quel type de véhicule le phare appartient et que l'on sache l'intensité propre aux phares de chaque type de véhicule.
C'est bien ainsi que se présente le problème en astronomie, car on sait faire parler la lumière du phare des étoiles, mais nous verrons cela plus tard.

Puisque nous savons apprécier l'écart de magnitude entre deux étoiles en fonction de la différence d'éclat, de la même façon, nous pouvons apprécier l'écart entre la magnitude qu'aurait une étoile à une certaine distance et celle qu'aurait la même étoile à une autre distance.

Nous savons que l'éclat ne dépend que de la luminosité, qui n'est elle même fonction que de critères propres à l'étoiles, et de la distance depuis laquelle on l'observe. Plus précisément, nous savons que la relation liant la luminosité à l'éclat fait apparaître la notion de distance : $E = L/4\pi\delta^2$ (nonobstant le coefficient de diffusion α).

Les astronomes ont imaginé un système très simple pour comparer les étoiles entre elles, sans que la distance d'observation intervienne, la magnitude absolue notée M. Ainsi, on considère l'éclat des étoiles en les supposant toutes à la même distance d'observation. Cette distance conventionnelle est de 10 parsecs. De la sorte, à distances égales, l'éclat apparent, comme c'est le cas de la luminosité, ne dépendra plus que de la surface et de la température de chacune des étoiles.

Par ailleurs, la couleur d'une étoile est caractéristique de sa température. Enfin, l'analyse spectrale de la lumière des étoiles a fourni beaucoup d'autres informations. La corrélation de ces données a permis de rattacher chaque étoile à un type particulier. Ensuite, à partir de nombreuses étoiles proches appartenant au même type, et dont on a pu estimer la distance par la parallaxe géométrique, on a pu établir une loi de corrélation donnant la luminosité intrinsèque de l'étoile en fonction de son type, ce qui conduit à l'obtention de sa magnitude absolue M. Pour estimer la distance à laquelle se trouve une étoile donnée, hors de portée de la parallaxe géométrique de l'astronomie classique, la méthode astrophysique détermine le

type de l'étoile par l'analyse de son spectre et en conclu sa magnitude M, qui est considérée comme la magnitude m que l'on observerait à la distance de 10 parsecs.
Revenons à la relation établie par Pogson :
$m1 - m2 = -2,5 \log (E1/E2)$
L'éclat E est égal à $L/4\pi\delta^2$, donc la relation de Pogson peut aussi s'écrire
$m1 - m2 = -2,5 \log ((L1/4\pi\ \delta^2) / (L2/4\pi\ \delta^2))$

Mais si l'on considère que m1 et m2 sont une seule et même étoile vue à des distances différentes dont une (m2 par convention) est située à 10 parsecs, m2 devient M, et tous les termes du second membre de l'équation qui sont les mêmes (Luminosité L1 et L2, ainsi que 4π) puisque ce sont soit des valeurs constantes, soit des caractéristiques appartenant à la même étoile, s'annulent mutuellement, sauf les distances qui sont indépendantes. Appliquée à une même étoile avec deux distances différentes, celle de 10 parsecs et celle qui correspond à la distance réelle de l'étoile et que l'on cherche à connaître, la relation de Pogson devient :

$m - M = -2,5 \log (10^2/\ \delta^2) = -2,5 \log (100/\ \delta^2)$

Nous savons que $\log (100/\ \delta^2) = \log 100 - \log \delta^2$

Nous savons aussi que $\log 100 = 2$ et que $\log \delta^2\ = 2 \log \delta$ qui ne sont que des propriétés élémentaires des logarithmes, donc $m - M = -2,5\ (2 - 2 \log \delta)$ et en effectuant les produits : $m - M\ = -5 + 5 \log \delta$ que l'on exprime de la façon suivante $m - M = 5 \log \delta - 5$ sous le nom de module de distance. En isolant $\log \delta$ nous obtenons $(m - M + 5) /5 = \log \delta$, ce qui signifie que $(m - M + 5) /5$ correspond au logarithme de la distance recherchée.
Ainsi, connaissant la magnitude absolue d'une étoile par son type, et sa magnitude apparente par l'observation, on en estime la distance δ en appliquant l'équation suivante sur les mesures observées :

$\delta = 10^{((m - M + 5) /5)}$ on obtient δ en parsecs puisque c'est l'unité imposée dans la relation.
On peut vérifier la validité de la relation sur l'estimation de la distance à laquelle le Soleil se trouve de la Terre, sachant que la magnitude M du Soleil est de +4,8, ce qui en fait une étoile modeste tant par la taille que par la température, et que la magnitude apparente est de –26,7. On note que sa magnitude apparente négative dépasse celle de n'importe quel autre objet céleste en raison de sa proximité.

Pour information, la magnitude de la pleine Lune n'est que -12,6 celle de Jupiter est au mieux à –2,6 à l'opposition (au moment où elle est le plus proche de la Terre, pratiquement. En fait, lorsque la planète, la Terre et le Soleil sont alignés), celle de Sirius, l'étoile la plus brillante du ciel est –1,59 et que la plupart des quelques 3000 étoiles que nous pouvons voir à l'œil nu dans des sites d'observation non (ou seulement moins) pollués par la lumière des villes, ont des magnitudes positives. Dans de bons sites, à l'œil nu on peut observer jusqu'à la magnitude 6, ce qui nous donne accès à 3000 étoiles environ, mais certains privilégiés peuvent percevoir un peu supérieur à magnitude 7.

Calcul de la distance au Soleil par le module de distance :
$\delta = 10^{((m - M + 5) /5)}$
$\delta = 10^{((-26,7 - 4,8 + 5) /5)}\ = 10^{-5,3}\ = 0,00000501187233627$ parsecs

Si l'on veut l'obtenir en Km pour avoir une unité plus familière, ce qui peut encore se faire à l'intérieur du système solaire dont l'unité de distance usuelle est l'unité astronomique (UA), il suffit de multiplier ce nombre fractionnaire de parsec par le nombre de Km contenu dans un parsec : 1 parsec = 29 928 934 724 533 Km = 206265 UA.

Calcul de la distance du Soleil en Km :

0,000 005 011 872 336 27 * 29 928 934 724 533 = 150 000 000 Km, ce qui correspond à 1 UA.

Bien entendu, le module de distance est réservé à des estimations de distances pour des astres situés très loin du système solaire, et même dans d'autres galaxies, pour estimer la distance à laquelle se trouvent ces dernières, par exemple. En effet, les distances intergalactiques sont tellement importante en regard des dimensions des galaxies elles-mêmes, que la position qu'occupe l'astre visé à l'intérieur de la galaxie reste négligeable et n'influence pas le résultat de la mesure.

A l'intérieur du système solaire et au niveau des étoiles proches jusqu'à 30 parsecs, on utilise la parallaxe géométrique annuelle avec une base de triangulation égale à la distance parcourue par la Terre, à 6 mois d'intervalle, sur son orbite autour du Soleil, soit 300 000 000 de Km, et même la parallaxe séculaire dont la base de triangulation représente la trajectoire parcouru par le Soleil (qui nous entraîne dans sa course) autour du centre de la galaxie. Cette méthode souffre cependant de nombreux problèmes relatifs aux mouvements propres de chaque étoile.

La magnitude, avec le module de distance, est parmi les instruments les plus précieux de l'astrophysique et il importe de les avoir bien assimilés pour comprendre l'astronomie.

Retenez bien au moins l'universalité du MODULE DE DISTANCE qui permet d'estimer les distances les plus grandes de l'astronomie si l'on peut s'appuyer sur les magnitudes absolues des objets observés. On appelle ces derniers des chandelles standard (étoiles, céphéides, super novae…).

Au moins, souvenez vous de :

$$\delta_{(Parsecs)} = 10^{((m - M + 5)/5)}$$

vous en aurez probablement besoin pour la suite.